

2019

2020

◆ année des
mathématiques

Énigme du lundi 9 mars 2020

Une magicienne demande à un spectateur de penser à un nombre et de l'écrire sur une ardoise. Il l'invite à ne pas montrer cette ardoise le temps du tour de magie, et de l'utiliser éventuellement pour faire les calculs demandés. Puis, il demande au spectateur d'ajouter 2 au nombre choisi, puis de multiplier cette somme par le nombre de départ. Il lui demande ensuite de soustraire le carré du nombre initial et enfin de multiplier par 5 le dernier résultat obtenu. Le magicien peut-il retrouver le nombre de départ à partir du résultat final ?

Solution

On pense à un nombre, x par exemple, on lui ajoute 2 d'où $x + 2$, que l'on multiplie par le nombre de départ d'où $(x + 2) \times x = x^2 + 2x$, on enlève le carré du nombre de départ, il reste $2x$, on le multiplie par 5, donc on obtient $10x$: le magicien peut facilement retrouver le nombre choisi par le spectateur !

Énigme du mardi 10 mars 2020

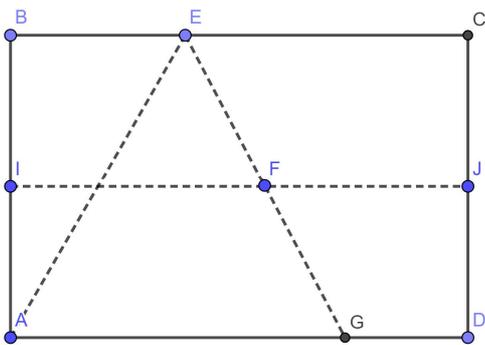
Source : *La Recherche*, n°548, juin 2019

Afin de préparer le positionnement de ses danseurs sur une scène, une grande chorégraphe part d'une feuille de papier rectangulaire ABCD, de format A4, symbolisant l'espace scénique. Il la plie en deux en faisant se rejoindre les deux plus grands côtés puis déplie la feuille. A l'aide d'un deuxième pli passant par le sommet A, il amène le sommet B sur le premier pli, on obtient le point F. Le deuxième pli permet de marquer un segment [AE]. Puis il plie la feuille selon la droite (EF), et obtient le point G intersection de ce pli et du côté [AD]. Il placera un danseur aux points A, E et G.

Mais qu'a de particulier le triangle AEG ? Pourquoi ?

Solution

On a le schéma suivant :



Le triangle AEF est le symétrique du triangle ABE par rapport à la droite (AE) donc AEF est rectangle en F, $BE=EF$ et $\widehat{BAE} = \widehat{EAF}$.

Le triangle AFG est aussi rectangle en F.

Dans le triangle ABE, la droite (IF) est parallèle à (BE) passant par le milieu de [BA] donc elle passe par le milieu de [AE]. De même, dans le triangle AEG, la droite (IF) passe par le milieu de [AE] parallèlement à (AG) donc elle coupe le côté [EG] en son milieu. F est le milieu de [EG].

Alors $EF=FG$, les triangles AEF et AFG sont isométriques et donc $\widehat{EAF} = \widehat{FAG}$.

Alors $\widehat{BAE} = \widehat{EAF} = \widehat{FAG} = 30^\circ$.

On a donc $\widehat{FGA} = 60^\circ$ mais aussi $\widehat{GAE} = 60^\circ$ et donc $\widehat{AEG} = 60^\circ$.

Le triangle AEG est équilatéral.

2019
2020

année des mathématiques

Énigme du Mercredi 11 mars 2020

Source : d'après un article de tangente n° 188, mai-juin 2019

Lors de la fête de la musique, un orchestre de 36 musiciens s'est placé autour du public, dans la configuration initiale suivante :

	9 musiciens	
9 musiciens	PUBLIC	9 musiciens
	9 musiciens	

Le chef d'orchestre a choisi une mise en scène qui permet de libérer certains musiciens, à condition qu'il se trouve toujours 9 musiciens dans chaque rangée latérale (de trois cases). Quelle succession de dispositions est possible et quel est le nombre minimal de musiciens qui doivent rester jouer ?

Solution

Il est possible d'orchestrer le déplacement des musiciens selon les tableaux suivants :

	8	1
9	PUBLIC	8
	9	

Puis

	8	1
8	PUBLIC	8
1	8	

1	7	1
7	PUBLIC	7
1	7	1

2	6	1
6	PUBLIC	6
1	6	2

2	5	2
5	PUBLIC	5
2	5	2

3	4	2
4	PUBLIC	4
2	4	3

3	3	3
3	PUBLIC	3
3	3	3

4	2	3
2	PUBLIC	2
3	2	4

4	1	4
1	PUBLIC	1
4	1	4

5	0	4
0	PUBLIC	0
4	0	5

Il doit rester au moins 9 musiciens sur les lignes du haut et du bas (elles n'ont pas de cases en commun donc leur somme doit être ajoutée), donc il faut au moins 18 musiciens, or on a trouvé une disposition comptant 18 personnes : **le nombre minimal de musiciens est donc 18.**

2019
2020

année des mathématiques

Énigme du jeudi 12 mars 2020

Source : une idée de Sandrine Blanc

A l'occasion de la semaine des maths, quatre collégiens, Enzo, Inès, Manon et Léo décident de monter une pièce de théâtre autour de 4 mathématiciens : Pythagore, Thalès, Hypatie d'Alexandrie et Marie Agnesi. Chacun de ces élèves est dans un niveau différent au collège et choisit un accessoire différent parmi les suivants : une règle, un compas, une équerre, des craies. On sait que :

- Enzo, dans une classe inférieure à la fille qui joue le rôle d'Hypatie, n'aura ni le compas ni l'équerre.
- Celui qui joue le rôle de Pythagore est en 4^{ème} et n'aura pas les craies.
- Manon, dans une classe inférieure à celle d'Enzo n'aura pas le compas.
- Léo a refusé de jouer le rôle d'une femme.
- La personne qui a les craies est dans une classe inférieure à celui qui joue le rôle de Thalès avec une règle.
- La personne qui a l'équerre et qui joue le rôle d'une femme est dans une classe supérieure à celle de la personne qui joue le rôle de Pythagore.

Sauvez-vous trouver le rôle, la classe et l'accessoire de chacun ?

Solution

On sait que :

- Enzo, dans une classe inférieure à celle qui joue le rôle d'Hypatie, n'aura ni le compas ni l'équerre : donc **Enzo n'est pas en 3^{ème} et Hypatie est jouée par une fille.**
- Celui qui joue le rôle de Pythagore est en 4^{ème} et n'aura pas les craies : **Pythagore est joué par Enzo ou Léo.**
- Manon, dans une classe inférieure à celle d'Enzo n'aura pas le compas : **Manon est en 6^{ème} ou en 5^{ème}.**
- Marie Agnesi est jouée par une fille : Manon ne peut jouer le rôle d'Hypatie car elle est dans une classe inférieure à celle d'Enzo, pas celle qui joue le rôle d'Hypatie, donc **Manon joue le rôle de Marie Agnesi et Inès joue Hypatie.**
- La personne qui a les craies est dans une classe inférieure à celui qui joue le rôle de Thalès avec une règle.
- La personne qui a l'équerre et qui joue le rôle d'une femme est dans une classe inférieure à celle de la personne qui joue le rôle de Pythagore.

Enzo			
Léo			
Manon	Marie Agnesi		
Inès	Hypatie		

Si Enzo joue le rôle de Pythagore, il est en 4^{ème} et Inès est donc en 3^{ème}, ce n'est pas elle qui a l'équerre, c'est donc Manon.

Enzo	Pythagore	4 ^{ème}	
Léo	Thalès		règle
Manon	Marie Agnesi		équerre
Inès	Hypatie	3 ^{ème}	

2019
2020

année des mathématiques

Enzo n'a ni le compas, ni l'équerre, ni les craies, donc il a la règle et Inès a les craies.

Enzo	Pythagore	4ème	règle
Léo	Thalès		règle
Manon	Marie Agnesi		équerre
Inès	Hypatie	3ème	craies

Or La personne qui a les craies est dans une classe inférieure à celui qui joue le rôle de Thalès avec une règle : cela contredit le fait que Inès soit en 3^{ème}. Donc l'hypothèse formulée par « Si Enzo joue le rôle de Pythagore » est fausse.

Alors Enzo joue le rôle de Thalès, avec une règle et Léo a le rôle de Pythagore :

Enzo	Thalès		règle
Léo	Pythagore	4ème	
Manon	Marie Agnesi		
Inès	Hypatie		

« La personne qui a les craies est dans une classe inférieure à celui qui joue le rôle de Thalès avec une règle. » donc cela concerne une des deux filles, or Enzo joue Thalès et ne peut être en 3^{ème}, il ne reste donc que la 5^{ème} comme possibilité pour Enzo, et la fille en question sera en 6^{ème}, ne pouvant être celle qui joue Hypatie. Donc on obtient :

Enzo	Thalès	5ème	règle
Léo	Pythagore	4ème	
Manon	Marie Agnesi	6ème	craies
Inès	Hypatie	3ème	

« La personne qui a l'équerre et qui joue le rôle d'une femme » indique que Inès a l'équerre et il reste le compas pour Léo. D'où la répartition suivante :

Enzo	Thalès	5ème	règle
Léo	Pythagore	4ème	compas
Manon	Marie Agnesi	6ème	craies
Inès	Hypatie	3ème	équerre

2019
2020

◆ année des
mathématiques

Énigme du vendredi 13 mars 2020

Source : tangente 178, sept-oct 2017

Deux lettres différentes remplacent toujours deux chiffres différents, deux chiffres différents sont toujours remplacés par deux lettres différentes et l'écriture d'aucun nombre ne commence par un 0 :

$$\begin{array}{r}
 \text{E C R A N S} \\
 + \text{ F I L M S} \\
 \hline
 = \text{C I N E M A}
 \end{array}$$

Trouver la valeur de CINEMA sachant que ALAIN = 20219.

Solution

Sachant que ALAIN = 20219, alors A=2, L=0, I=1 et N=9 donc on a

Pour que S+S soit une somme qui finisse par 2, il faut que S soit égal à 1 (impossible car c'est déjà I) ou à 6. Donc **S=6**. Dans la colonne donnant E, on a la retenue de la somme 9+1+M, donc on a 2+0+1=E et **E=3**.

D'où les valeurs déjà déterminées :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L	I	A	E			S			N

Or R+1=N donc **R=8**. Puis C+F=11 (on ne peut avoir C+F=1) et avec la retenue, E+1=C donc **C=4**. Ainsi **F=7**. Il reste **M=5**. Ainsi **CINEMA=419352**

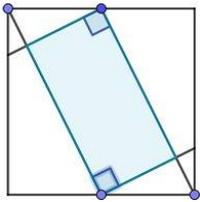
2019

2020

année des mathématiques

Énigme de la semaine

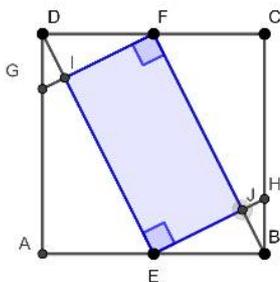
Lors du tournage d'un film, quatre caméras ont été judicieusement placées autour d'une place carrée, elles permettent de voir tout ce qui se passe dans les zones blanches. En revanche le rectangle bleu reste hors de vue des caméras. C'est la zone de préparation des acteurs. Les sommets des angles droits représentés sur la figure sont les milieux de deux côtés de la place. L'aire de la place carrée est égale à 1 000 m².



Quelle est l'aire du rectangle bleu ?

Solution

En nommant les points de la figure on a la figure suivante :



On peut calculer l'aire des triangles ADE et BFC (isométriques donc de même aire) puis on déterminera l'aire des triangles rectangles DIF et EJB (isométriques eux aussi).

La place carrée a une aire de 1000 m² donc son côté vaut $\sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$ alors $AE = 5\sqrt{10}$.

L'aire de AED est donc $\frac{10\sqrt{10} \times 5\sqrt{10}}{2} = 5^2 \times \sqrt{10}^2 = 25 \times 10 = 250$.

En raisonnant sur les angles, on trouve que $\widehat{ADE} + \widehat{EDF} = 90^\circ$ or $\widehat{ADE} + \widehat{AED} = 90^\circ$
donc $\widehat{AED} = \widehat{EDF}$.

Ainsi les triangles AED et DIF sont semblables et ont un rapport de proportionnalité k tel que $k \times DF = ED$ donc $k = \frac{ED}{DF}$.

Or d'après le théorème de Pythagore dans le triangle AED rectangle en A, on a $AD^2 + AE^2 = DE^2$ donc $(10\sqrt{10})^2 + (5\sqrt{10})^2 = DE^2$ soit $1000 + 250 = DE^2$ et $DE = \sqrt{1250} = 25\sqrt{2}$.

Alors $k = \frac{ED}{DF} = \frac{25\sqrt{2}}{5\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Les triangles AED et DIF sont semblables et leur aire a un rapport de k^2 donc on a

$k^2 \times \text{Aire}(DIF) = \text{Aire}(AED)$ soit $(\sqrt{5})^2 \times \text{Aire}(DIF) = 250$ soit $\text{Aire}(DIF) = \frac{250}{5} = 50$.

L'aire de la zone blanche est donc $2 \times \text{Aire}(AED) + 2 \times \text{Aire}(DIF) = 600$.

Ainsi l'aire de la zone bleue non surveillée est de 400 m².