

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du lundi 6 mars 2023

CYCLE 1

Trouve la carte que je veux jouer :

- Elle est rouge.
- La quantité est plus petite que celle-ci :



- Il n'y a pas de lettre sur cette carte.

Quelle carte vais-je jouer ?



Solution

5 de carreaux

CYCLE 2

Lors d'un voyage autour du monde avec ses parents, Lola a envoyé 50 cartes en 5 mois de Juin à Octobre.

Chaque mois, elle a envoyé une carte de plus que le mois précédent.

Combien Lola a-t-elle expédié de cartes postales pendant le mois d'octobre ?

Solution

12 cartes

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

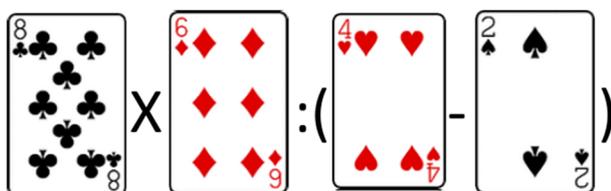
Semaine des mathématiques
12^e édition

CYCLE 3

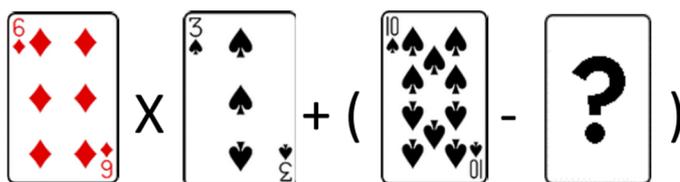
Léo et Théo jouent aux cartes.

Voici le tirage de Léo.

Peux-tu calculer le nombre de points qu'il a obtenus ?



Voici le tirage de Théo.



Quelle(s) carte(s) doit tirer Théo pour être le gagnant ?

Solution

Les cartes As, 2 et 3 conviennent. Le score de Théo doit dépasser 24 points.

CYCLE 4 / Lycée

Alice a aujourd'hui le double de l'âge de sa fille Lucie. Il y a seize ans, elle en avait le quadruple.

Quels âges auront Alice et Lucie dans quatorze ans ?

Solution

Dans 14 ans, Alice aura 62 ans et sa fille Lucie en aura 38.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

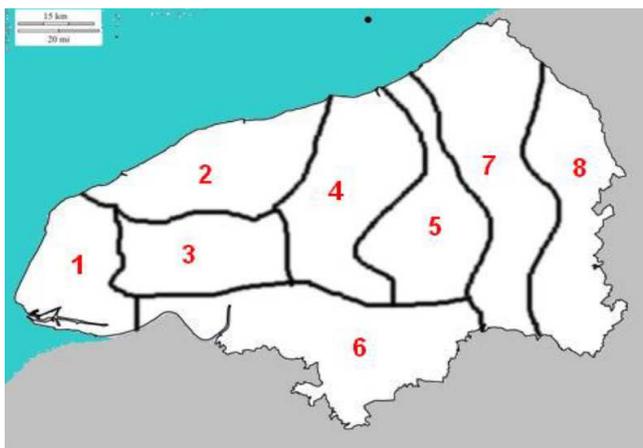
Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du mardi 7 mars 2023

CYCLE 1

Si tu colories la carte de la Seine-Maritime avec trois couleurs différentes, selon les consignes, « deux parties qui se touchent ne peuvent pas être de la même couleur ».

Quelles autres parties seront de la même couleur que la partie 7 ?



Solution

Les parties 1 et 4.

CYCLE 2

Of course !

Paul est devant Cyprien. Gaël est derrière Rachid. Gaël est devant Paul.

Écris le nom de chaque coureur dans les cases.



--	--	--	--

Solution

Cyprien – Paul – Gaël – Rachid

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

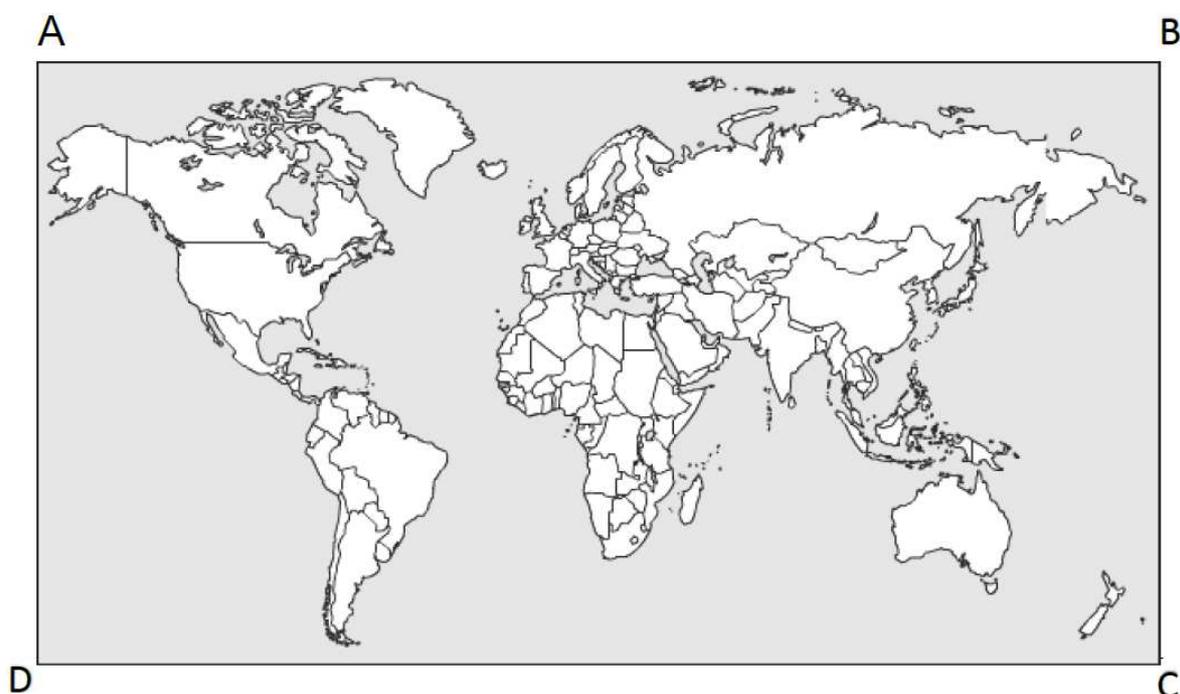
Semaine des
mathématiques
12^e édition

CYCLE 3

Les plus anciens jeux de cartes connus datent de la fin du 10^{ème} siècle. Mais de quel pays sont-ils originaires ?

Suivez ces instructions pour découvrir le pays où sont apparus les premiers jeux de cartes.

1. Tracez le segment $[AC]$
2. Placez le point G au milieu du segment $[AD]$
3. Placez le point F au milieu du segment $[BC]$
4. Tracez le segment $[GF]$
5. Il coupe $[AC]$ en E
6. Le demi-cercle de centre H et de rayon $1,5$ cm situé à l'intérieur du quadrilatère $ABFE$ vous indiquera le pays recherché, Sa superficie est la plus étendue.



Solution

En Chine

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

CYCLE 4 / Lycée

Quel est le plus petit nombre de huit chiffres non-nuls, tous différents, vérifiant : lorsque deux chiffres sont l'un à côté de l'autre, il y en a toujours un qui est multiple de l'autre.

Solution

51 482 639

ÉNIGME DU SUPÉRIEUR

Dans le jeu de cartes *Dobble*[®], deux cartes, n'importe lesquelles, ont toujours un et un seul symbole en commun.

Le jeu contient autant de cartes que de symboles disponibles.

Considérons un jeu Dobble[®] où chaque carte contient trois symboles.

De combien de symboles doit-on disposer pour construire ce jeu ?

Solution

Il faut 7 symboles.

Désignons les symboles par des numéros : 1, 2,...

On construit une première carte ayant trois symboles numérotés 1,2,3. Cette carte sera appelée la carte 123.

Pour avoir une deuxième carte, celle-ci ne doit avoir qu'un symbole en commun avec 123, donc soit 1, soit 2, soit 3. Considérons que ce symbole commun est 3, alors il faut 2 autres numéros pour construire la deuxième carte, ce qui donne la carte 345. Nous voilà avec seulement 2 cartes et 5 symboles. Le seul symbole commun à ces 2 cartes est 3.

On peut construire de nouvelles cartes en prenant un symbole de 123 et un symbole de 345. Si l'on commence par le symbole 1, on ne peut prendre que les symboles 4 ou 5 (car sinon il y aurait 2 symboles communs) mais il manque donc un symbole

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

pour compléter les cartes possibles. On construit alors les cartes 146 et 157. Nous voilà avec 7 symboles et seulement 4 cartes : 123, 345, 146, 157.

En reprenant la démarche avec le symbole 1 ci-dessus mais avec le symbole 2, on obtient les cartes: 247 et 256.

Il reste à déterminer une dernière combinaison: il suffit de partir du symbole 3, et on trouve rapidement la combinaison 367.

Finalement, on a 7 symboles et 7 cartes: 123, 345, 146, 157, 247, 256, 367.

Remarque : On peut construire d'autres jeux de 7 cartes avec les mêmes propriétés, quitte à numéroter de façon différente les 7 symboles.

Pour davantage d'explications sur la construction du *Dobble*[®], venez aux ateliers du 9 mars à l'UFR ST de l'Université Le Havre Normandie!

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigme du mercredi 8 mars 2023

Carte Postale



9 mars 1804

Bonjour Joseph-Louis,

J'aurais bien aimé vous envoyer cette carte postale mais elle n'existait pas encore à cette époque.

J'aimerais que vous lisiez mes remarques à propos de la théorie des nombres. Les nombres entiers me passionnent. Mon ami Gauss vient de me donner quelques théorèmes à démontrer.

Votre élève dévouée, bien respectueusement,

Sophie

Qui est cette Sophie qui aurait pu signer cette carte ?

Solution

Sophie Germain

Sophie Germain (1776-1831) est une mathématicienne, physicienne et philosophe française.

Pour pouvoir se faire connaître dans le monde des mathématiques, alors réservées aux hommes, elle utilisa un nom d'emprunt de 1794 à 1807 : Antoine Auguste Le Blanc. C'est sous ce nom qu'elle correspond tout d'abord avec les mathématiciens Carl Friedrich Gauss et Adrien-Marie Legendre, avant d'être reconnue en tant que femme et mathématicienne de premier plan dans le monde académique, bien qu'elle ait appris les mathématiques entièrement en autodidacte, à force de travail et d'obstination.

Ses principaux travaux concernent le problème des surfaces vibrantes, pour lequel elle obtient le grand prix des sciences mathématiques en 1815.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Elle s'est également intéressée à la démonstration du dernier théorème de Fermat, et obtenu des résultats intermédiaires comme le théorème de Sophie Germain. Ses travaux concernent également l'élasticité des corps.

À partir de 1794, elle se procure les cours de l'École polytechnique, réservée aux hommes, et communique avec Joseph-Louis Lagrange, professeur à Polytechnique.

Il est communément admis^{13,14,15} qu'elle aurait emprunté pour ce faire le nom d'un ancien élève, Antoine Auguste Le Blanc, bien que certains historiens et biographes de Sophie Germain, s'appuyant sur les archives de l'École Polytechnique et de l'École des Ponts et Chaussées, aient trouvé trace d'un Antoine Augustin Leblanc (ou Le Blanc), présent à l'École de 1794 à 1797, et émettent l'hypothèse qu'il aurait pu déposer lui-même les papiers de Sophie Germain^{16,17,18}.

À cette époque, les professeurs, à la fin de leurs cours, ont l'habitude d'engager les élèves à leur présenter des observations par écrit. Sous le nom de « Monsieur Le Blanc », elle envoie ses remarques à Joseph-Louis Lagrange qui, impressionné par la complexité et la rigueur de ses analyses, finit par découvrir la supercherie en la convoquant¹⁹. Il devient l'ami et le mentor de la jeune fille^{19,20}.

Source : Wikipédia

ÉNIGME DU SUPÉRIEUR

Guide touristique dans la ville du Havre, Céline attend depuis longtemps un groupe de touristes pour leur faire visiter l'appartement témoin Perret.

Elle a dans ses mains 8 tickets d'entrée, numérotés de 1 à 8, empilés les uns sur les autres : le n°1 est au-dessus du n°2 qui est au-dessus du n°3 qui au-dessus de...

Par ennui, elle prend le ticket placé au-dessus du paquet (le n°1), le place en dernière position et jette le ticket suivant (le n°2).

Elle prend ensuite le ticket placé au-dessus du paquet (le n° 3), le place en dernière position et jette le ticket suivant.

Elle continue ainsi, jusqu'à ce qu'elle n'ait plus qu'un seul ticket en main.

À ce moment-là, elle voit arriver son groupe !

Quel sera le numéro du dernier ticket dans sa main ?

[Pour aller plus loin : Que se passerait-il avec 10 tickets ?]

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Solution

Le numéro du dernier ticket dans sa main est **le 1**.

Dans le tableau suivant, on trouve dans la ligne « a » la pile de tickets du départ. Une fois le ticket 1 placé en dernière position et le ticket 2 éliminé, on a la pile de la ligne « b ».

Ensuite, le ticket 3 est mis en dernière position et le ticket 4 est éliminé.

On a alors la pile de la ligne « c ». En continuant ainsi, on arrive au ticket 1.

a : 1 2 3 4 5 6 7 8

b : 3 4 5 6 7 8 1

c : 5 6 7 8 1 3

d : 7 8 1 3 5

e : 1 3 5 7

f : 5 7 1

g : 1 5

h : 1

Avec 10 tickets, il reste le ticket numéro 5.

*[Pour aller plus loin : en général, avec N tickets, si 2^n est la plus grande puissance de 2 inférieure à N , le ticket qui reste est le numéro $(N-2^n)*2+1$.]*

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du jeudi 9 mars 2023

CYCLES 1 & 2

Trois amis ont 12 friandises à se partager.

Comment faire le partage :

- Pour que chacun ait le même nombre de friandises ?
- Pour que chacun ait un nombre impair de friandises ?

Un nombre impair est un nombre qui n'est pas dans la table de multiplication de 2 : 1, 3, 5, 7... contrairement aux nombres pairs qui sont les multiples de 2 : 0, 2, 4, 6...

Solution

- Il faut donner **4 friandises à chacun**
- Le partage est impossible** car la somme des trois nombres impairs est nécessairement impaire.

CYCLE 3

Je suis un triangle isocèle ABC. Mon angle \hat{A} ne mesure ni 52° , ni 76° .

Combien mesure-t-il ?

Solution

Les angles \hat{B} et \hat{C} mesurent 64° .

CYCLE 4 / Lycée

Prenez une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et remettez-là.

Combien de fois faut-il recommencer pour avoir au moins 95% de chances d'obtenir au moins une figure (valet, dame, roi) ?

Solution

Il faut le faire **au moins 7 fois**.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du vendredi 10 mars 2023

CYCLES 2

A la boulangerie, lorsque que je prends deux pains au chocolat et un croissant, je paye 3€40. Lorsque je prends un pain au chocolat et deux croissants, je paye 3€20. Aujourd'hui, je prends un pain au chocolat et 1 croissant.

Combien dois-je payer ?

Solution

Le croissant coûte 1€ et le pain au chocolat coûte 1€20 donc je dois **2€20**.

CYCLE 3

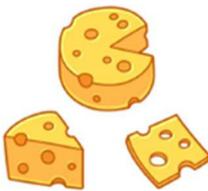
Combien de pizzas différentes peut-on composer ?



PIZZAS À LA CARTE

À la pizzeria, on propose des pizzas à composer soi-même,
On a au choix :

- Pour la base :
crème fraîche
ou sauce tomate
- Pour la garniture :
poulet
ou viande hachée
ou chorizo
- En accompagnement :
mozzarella
ou parmesan
ou emmental



Solution

On peut en composer $2 \times 3 \times 3 = 18$ pizzas différentes.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

CYCLE 4 / Lycée

Quelle est la racine carrée de 12 345 678 987 654 321 ?

Solution

On remarque que $1^2=1$; $11^2=121$; $111^2=12321$; $1111^2=1234321$; donc la racine carrée de 12 345 678 987 654 321 est **111 111 111**

ÉNIGME DU SUPÉRIEUR

Fatigué de ses devoirs de mathématiques, Oui Oui se lance dans la construction d'un château avec des cartes.

Il a 100 cartes à sa disposition.

Sachant que les premières étapes de construction sont celles montrées sur l'image (2 cartes pour l'étage tout au-dessus, 5 cartes pour l'étage en dessous, 8 cartes pour l'étage encore en dessous...), combien d'étages va-t-il pouvoir construire ?

Vous trouverez ici les schémas de construction des 3 premiers étages :

<https://wtf.roflcopter.fr/pics/PdFVPIs1/5WLNZ1eV.png>

Solution

- Pour un étage il faut 2 cartes.
- Si on veut ajouter un autre étage, il faut ajouter 5 ($=2+3$) cartes aux 2 précédentes. Il faut donc $2 + (2+3) = 7$ cartes en tout.
- Pour un troisième étage, il faut ajouter 8 ($=2+3+3$) cartes au château de 2 étages. Il faut donc $2 + (2+3) + (2+3+3) = 15$ cartes en tout.
- Pour un quatrième étage, on procède de la même façon et on ajoute $2+3+3+3$ cartes, donc 11 cartes pour un total de $2+5+8+11 = 26$ cartes
Pour un cinquième étage, on ajoute $2+3+3+3+3$ cartes, donc 14 cartes pour un total de $2+5+8+11+14 = 40$ cartes
- Pour un sixième étage, on ajoute $2+5*3$ cartes, donc 17 cartes pour un total de $2+5+8+11+14+17 = 57$ cartes
- Pour un sixième étage, on ajoute $2+6*3$ cartes, donc 20 cartes pour un total de $2+5+8+14+17+20 = 77$ cartes
- Pour un septième étage, on ajoute $2+7*3$ cartes, donc 23 cartes pour un total de $2+5+8+11+14+17+20 + 23 = 100$ cartes
Ainsi, avec 100 cartes, Oui Oui peut construire un château de **7 étages** !

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

[Pour les plus aguerris d'entre vous, vous pouvez vous lancer dans :

- la démonstration par récurrence de la relation donnant le nombre de cartes nécessaires pour construire un château de $N+1$ étages :
 $2 + (2+3) + (2+3+3) + (2+3+3+3) + \dots + (2+3+\dots+3) = 2 + [2+3] + [2+2*3] + [2+3*3] + \dots + [2 + N*3] = 2*(N+1) + 3*(1 + 2 + 3 + \dots + N)$;
- le calcul de $S = 1 + 2 + 3 + \dots + N$ 
Astuce : $S=1+2+\dots+N$
 $S=N+(N-1)+\dots+1$
Si on fait la somme en colonne on a $2*S= N*(N+1)$, d'où $S=N*(N+1)/2$
- La relation donnant le nombre général cartes C nécessaires pour construire un château de $N+1$ étages est alors $2*(N+1) + 3*N*(N+1)/2=C$

Vous pouvez ainsi créer votre propre énigme en imaginant le nombre de cartes dont dispose Oui Oui]

Mathématiques à la carte

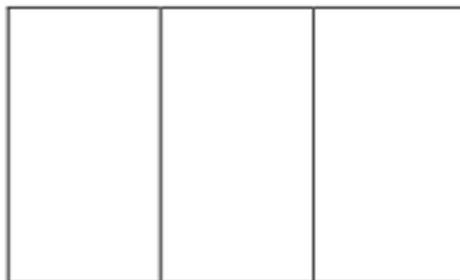
6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du lundi 13 mars 2023

CYCLES 2

Auriane veut colorier une carte d'anniversaire. Cette carte est composée de trois rectangles comme ci-dessous :



Elle souhaite la colorier avec trois couleurs : vert, rouge et bleu.

Combien de cartes différentes peut-elle colorier ?

Solution

Il y a $3 \times 2 \times 1 = 6$ cartes différentes.

CYCLE 3

Si l'on considère qu'à partir de l'âge de 2 ans, un être humain prend trois repas par jours.

A quel âge prendra-t-il son cent millième repas ?

On considèrera qu'une année est composée de 365 jours.

Solution

Comme il y a 365 jours par ans en comptant les années bissextiles, cela fait 1095 repas par an. Pour atteindre 100 000 repas il faut environ 91 ans et 118 jours. L'âge auquel on prend son cent millième repas est donc environ 93 ans et 118 jours. Le cent millième repas est pris à **93 ans et 119 jours**.

Mathématiques à la carte

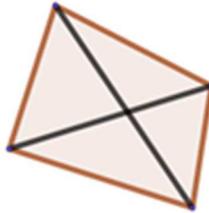
6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

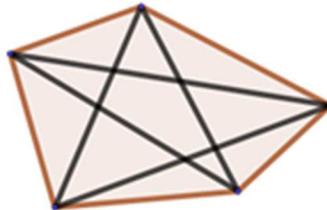
CYCLE 4 / Lycée

Diagonales

Dans un quadrilatère (polygone à 4 côtés), on peut tracer deux diagonales.



Dans un pentagone (polygone à 5 côtés), on peut tracer 5 diagonales.



Dans mon polygone, on peut tracer 2 079 diagonales.

Combien a-t-il de côtés ?

Solution

Si on appelle n le nombre de côtés, il y a $\frac{n(n-3)}{2}$ diagonales. Il faut donc résoudre l'équation $\frac{n(n-3)}{2}=2079$. Sachant que le nombre de diagonales est un entier positif, on trouve **66 côtés**.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

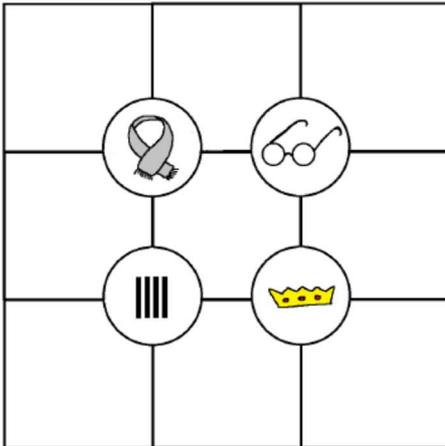
Semaine des mathématiques
12^e édition

Énigmes du mardi 14 mars 2023

CYCLES 1 & 2

Range chaque carte représentant un personnage à sa place dans le quadrillage.

Regarde bien comment ils sont habillés !



CYCLE 3

Un château de combien d'étages peut-on faire avec trois jeux de 52 cartes ?



Solution

On peut réaliser **un château de 10 étages** et il restera 1 cartes.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

CYCLE 4 / Lycée

Un magicien propose à son public « multiplier le jour de votre anniversaire par 13, celui de votre mois d'anniversaire par 40, donnez-moi la somme de ces deux résultats et je retrouverai votre date d'anniversaire ! »

Une personne du public annonce 302

Quelle est sa date d'anniversaire ?

Solution

Le 14 mars, 3-14 est le Pi-Day !

On cherche « j » le jour anniversaire et « m » le mois.

On a $302 = 13j + 40m = 13(j+3m)$ et $0 \leq m < 12$ donc « m » est le reste de la division euclidienne par 13 : $302 = 13 \times 23 + 3$.

« m » = 3, c'est le mois de mars.

Comme $23 = j + 3m = j + 9$

« j » = 14, c'est le 14 mars

ÉNIGME DU SUPÉRIEUR

Élie est biologiste et doit analyser un échantillon d'eau de la rivière.

Il lui faut donc passer par la rivière sur le chemin vers le laboratoire.

Voici le plan montrant la maison, la rivière ainsi que le laboratoire avec les principales distances : <https://wtf.roflcopter.fr/pics/k9ixfrWL/io10KNrB.png>

Quelle est la longueur de la trajectoire la plus courte pour aller jusqu'au laboratoire en passant par la rivière depuis sa maison ?

Solution

Pour répondre à ce problème, il faut utiliser le fait que : « La distance la plus courte entre 2 points est...la ligne droite ».

1. Tracer le symétrique du laboratoire par rapport à la rivière,

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

2. Tracer le trajet de la maison jusqu'à ce symétrique. Pour minimiser la distance, il faut alors passer par le point d'intersection entre ce trajet et la rivière, puis aller en ligne droite vers le laboratoire depuis ce point.

Le théorème de Pythagore nous permet de calculer ces distances ($8^2 + 6^2 = 100$ et la racine de 100 est 10, enfin $10/2 = 5$), comme on peut le voir sur l'image :

<https://wtf.roflcopter.fr/pics/gallery#TEzV5K08/zEhb2rN7.png>

Le chemin le plus court fera donc 5km+5km soit 10km.

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

Énigmes du mercredi 15 mars 2023

CYCLES 1 & 2

Trois livres d'épaisseur 3 cm sont rangés dans une bibliothèque. Une fourmi se déplace de la première page du premier livre à la dernière page du dernier livre.

Quelle distance a-t-elle parcouru ?

On ne tiendra pas compte de l'épaisseur des couvertures des livres.

Solution

Elle a parcouru **3 cm** et non 9 cm (réponse intuitive)

CYCLE 3

Combien y-a-t-il de multiples de 7 entre 100 et 1000 ?

Solution

128 multiples. Le plus petit est $105=15 \times 7$, le plus grand est $994=142 \times 7$

CYCLE 3 / Collège

Ecrire le nombre 31 comme une suite d'opérations et seulement six chiffres 3.

Solution

$$31 = 33 + 3 + \frac{3}{3}$$

Mathématiques à la carte

6-15 mars 2023

Semaine des
mathématiques
12^e édition

CYCLE 4 / Lycée

Ecrire le nombre 31 comme une suite d'opérations et seulement six chiffres 3.

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$$

Solution

Si l'on désigne par X la valeur de l'expression, on observe que $X^2 - 2 = X$.

C'est une équation du second degré, elle a deux solutions $\{-1; 2\}$.

La solution de l'énigme correspond à la solution positive, c'est-à-dire **2**.